Seat No.: ________ Enrolment No.______________

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER –II • EXAMINATION – Winter- 2015

Subject Code: 3320003 **Date: 28/12/2015**

Subject Name: Advanced Mathematics (Group-2)

Time:2:30PM TO5:00PM **Total Marks: 70**

Instructions:

1. **Attempt ALL questions.**
2. **Make Suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **Use of SIMPLE CALCULATOR is permissible.** (Scientific/Higher Version not allowed)
5. **English version is authentic.**

Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options. **14**

1 $d[(3,2),(-1,1)] = \ldots\ldots\ldots$

(a) $\sqrt{17}$ (b) $\sqrt{71}$ (c) $\sqrt{7}$ (d) 4

2 The slope of a line $(\cos\alpha)x + (\sin\alpha)y = 5$ is ……….

(a) $\tan\alpha$ (b) $\cot\alpha$ (c) $-\tan\alpha$ (d) $-\cot\alpha$

3 The center of a circle $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$ is ……….

(a) $(-2,1)$ (b) $(2,1)$ (c) $(2,-1)$ (d) $(-2,-1)$

4 The radius of a circle $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$ is ……..

(a) 4 (b) 6 (c) 2 (d) 3

5 If f(x) = $\log_3 x$ then f(1) = ...

(a) 1 (b) 11 (c) 3 (d) 0

6 $\lim_{x\to 0} \frac{\tan x}{x} = \ldots\ldots\ldots$

(a) 0 (b) tan x (c) x (d) 1

7 If y = $1,00,000$,then $\frac{dy}{dx} = \ldots\ldots\ldots$

(a) 1 (b) 10000 (c) 100000 (d) 0

8 If $y = \tan x$, then $\frac{dy}{dx} = \ldots\ldots\ldots$

(a) $\mathrm{cosec}^2 x$ (b) $-\mathrm{cosec}^2 x$ (c) $\sec^2 x$ (d) $-\sec^2 x$

9 If $y = e^x + 4$, then $\frac{d^2y}{dx^2} = \ldots\ldots\ldots$

(a) e^x (b) e^{2x} (c) e^{x^2} (d) e^{-x}

10 $\frac{d}{dx}(x^2 + 2^x + 2^2) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

(a) 1 (b) 2x+2^x+2^2 (c) 2x+2^xlog2 (d) 0

11 $\int \cos x dx =$ ……….+c

(a) $\cos x$ (b) $-\cos x$ (c) $\sin x$ (d) $-\sin x$

12 Area covered by the curve $x^2 + y^2 = 9$ is …….

(a) 9π (b) 4π (c) 81π (d) 9

13 The mean of observations 19, 15, 28, 34, 27,21, 14, 24, 6, 2 is ……

(a) 1.9 (b) 91 (c) 19 (d) 9.1

14 The mean and median of 50 observations are 25 and 20 respectively then the mode is …………

(a) 25 (b)20 (c) 100 (d) 10

Q.2 **(a)** Attempt any two **06**

1. Prove that the triangle ABC is right angled triangle where $A(3,-1)$, B(6,2) and $C(-2,4)$.
2. Find the equation of straight line passing through the points $(-2,5)$ and $(1,6)$.
3. Find m if the radius of a circle $x^2 + y^2 - 4x - 8y + m = 0$ is 4 unit.

(b) Attempt any two **08**

1. If $f(x) = e^x$,then prove that (i) $f(x) \cdot f(y) = f(x+y)$ and (ii) $f(x) \div f(y) = f(x-y)$
2. Find $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^2 - x - 2}$.
3. Find $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{(1-\cos x)\tan x}{x^3}$.

Q.3 **(a)** Attempt any two **06**

1. For $y = \dfrac{\sin x}{x}$, find $\dfrac{dy}{dx}$.
2. Find $\dfrac{dy}{dx}$ for $y = \log[\cos(2x)]$.
3. Find $\dfrac{dy}{dx}$,where $y = x^x$.

(b) Attempt any two **08**

1. For $x = at^2, y = 2at$,find $\dfrac{d^2y}{dx^2}$.
2. If $y = e^{2x}$ then prove that, $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 5\dfrac{dy}{dx} + 6y = 0$.
3. The equation of a motion of a particle is $s = t^3 - 5t^2 + 3t + 1$. Find the velocity at t=0 and acceleration at t=1.

Q.4 **(a)** Attempt any two **06**

1. Evaluate $\int \left(\dfrac{2x^2 - 3x - 11}{x} \right)$ dx .

2. Evaluate $\int x\cos x dx$.

3. Evaluate $\int_1^3 (x^2+x+1)dx$

(b) Attempt any two **08**

1. Evaluate $\int \frac{dx}{2+3\cos x}$.

2. Prove that $\int_0^{\pi/2} \frac{\tan x}{\tan x+\cot x}$ dx = $\frac{\pi}{4}$.

3. Find the area of region bounded by the curves $y=x^2$ and $y=x$.

Q.5 **(a)** Attempt any two **06**

1. Evaluate $\lim_{n\to\infty} \frac{4n^3-7n^2+5n-1}{8n^3+7n^2-4n+1}$.

2. The frequency distribution of the age of 60 staff members of a college is as bellow. Find the mean.

Age (Year)	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59
No. of staff	5	7	9	11	10	8	6	4

3. Find mode using the given information.

Class	70-74	75-79	80-84	85-89	90-94	95-99
frequency	3	5	7	11	2	2

(b) Attempt any two **08**

1. The distribution table of marks obtained out of 50 is as under. Find median.

Marks obtained	1-10	11-20	21-30	31-40	41-50
No of Students	5	8	12	8	7

2. The mean of the following distribution table is 20. Find the missing frequencies.

x	0-9	10-19	20-29	30-39	40-49	Total
f	6	a	17	b	8	60

3. Find the standard deviation from following data.

Class	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
Frequency	12	38	42	23	5

****

સુચનાઓ:

1. દરેક પ્રશ્નોનો ઉત્તર આપો.
2. જ્યાં જરૂરી હોય તે યોગ્ય ધારણા કરો.
3. જમણી બાજુના આંકડા સંપૂર્ણ ગુણ સૂચવે છે.
4. સરળ કેલક્યુલેટર ઉપયોગ કરવાની પરવાનગી છે.(વૈજ્ઞાનિક /ઉચ્ચ આવૃત્તિની પરવાનગી નથી)
5. અંગ્રેજી ભાષાંતર મૂળભૂત આધાર છે.

Q.1 યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલી જગ્યા પુરો. **14**

1 $d[(3,2),(-1,1)] = \ldots\ldots\ldots$

(b) $\sqrt{17}$ (b) $\sqrt{71}$ (c) $\sqrt{7}$ (d) 4

2 સુરેખા $(\cos\alpha)x + (\sin\alpha)y = 5$ નો ઢાળ ………. છે.

(b) $\tan\alpha$ (b) $\cot\alpha$ (c) $-\tan\alpha$ (d) $-\cot\alpha$

3 વર્તુળ $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$ નું કેન્દ્ર ………. છે.

(b) $(-2,1)$ (b) $(2,1)$ (c) $(2,-1)$ (d) $(-2,-1)$

4 વર્તુળ $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$ ની ત્રિજ્યા …….. એકમ થાય.

(b) 4 (b) 6 (c) 2 (d) 3

5 જો f(x) = $\log_3 x$ હોય,તો f(1) = ...

(b) 1 (b) 11 (c) 3 (d) 0

6 $\lim_{x \to 0} \frac{\tan x}{x} = \ldots\ldots\ldots$

(b) 0 (b) tan x (c) x (d) 1

7 જો $y = 1,00,000$ હોય,તો $\frac{dy}{dx} = \ldots\ldots\ldots$

(a) 1 (b) 10000 (c) 100000 (d) 0

8 જો $y = \tan x$ હોય,તો $\frac{dy}{dx} = \ldots\ldots\ldots$

(a) $\mathrm{cosec}^2 x$ (b) $-\mathrm{cosec}^2 x$ (c) $\sec^2 x$ (d) $-\sec^2 x$

9 જો $y = e^x + 4$ હોય,તો $\frac{d^2y}{dx^2} = \ldots\ldots\ldots$

(a) e^x (b) e^{2x} (c) e^{x^2} (d) e^{-x}

10 $\frac{d}{dx}(x^2+2^x+2^2) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

(a) 1 (b) $2x+2^x+2^2$ (c) $2x+2^x\log 2$ (d) 0

11 $\int \cos x\,dx = \ldots\ldots\ldots.+c$

(a) $\cos x$ (b) $-\cos x$ (c) $\sin x$ (d) $-\sin x$

12 વક્ર $x^2+y^2=9$ દ્વારા ઘેરાયેલ પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ ……. થાય.

(a) 9π (b) 4π (c) 81π (d) 9

13 અવલોકનો 19, 15, 28, 34, 27,21, 14, 24, 6, 2 નો મધ્યક …… છે.

(a) 1.9 (b) 91 (c) 19 (d) 9.1

14 50 અવલોકનોનો મધ્યક તથા મધ્યસ્થ અનુક્રમે 25 તથા 20 હોય,તો તેનો બહુલક........થાય.

(a) 25 (b)20 (c) 100 (d) 10

Q.2 **(a)** કોઈ પણ બે ગણો. **06**

1. સાબિત કરોકે ત્રિકોણ ABC કાટકોણ ત્રિકોણ છે. જ્યાં $A(3,-1)$, B(6,2) તથા $C(-2,4)$.
2. બિંદુઓ $(-2,5)$ અને $(1,6)$ માંથી પસાર થતી સુરેખા નું સમીકરણ મેળવો.
3. જો વર્તુળ $x^2+y^2-4x-8y+m=0$ ની ત્રિજ્યા 4 એકમ હોય,તો m મેળવો.

(b) કોઈ પણ બે ગણો. **08**

1. જો $f(x)=e^x$ હોય,તો સાબિત કરોકે
   (i) $f(x)\cdot f(y)=f(x+y)$ અને (ii) $f(x)\div f(y)=f(x-y)$
2. લક્ષ મેળવો $\lim_{x\to 2}\frac{x^3-2x^2+x-2}{x^2-x-2}$.
3. લક્ષ મેળવો $\lim_{x\to 0}\frac{(1-\cos x)\tan x}{x^3}$.

Q.3 **(a)** કોઈ પણ બે ગણો. **06**

1. જો $y=\frac{\sin x}{x}$ હોય,તો $\frac{d^2y}{dx}$ મેળવો .
2. $\frac{dy}{dx}$ મેળવો. જ્યાં $y=\log[\cos(2x)]$.
3. $y=x^x$ માટે $\frac{dy}{dx}$ મેળવો.

(b) કોઈ પણ બે ગણો. **08**

1. જો $x=at^2, y=2at$ હોય,તો $\frac{d^2y}{dx^2}$ મેળવો.
2. જો $y=e^{2x}$ હોય,તો સાબિત કરોકે $\frac{d^2y}{dx^2}-5\frac{dy}{dx}+6y=0$.
3. એક કણની ગતિનું સમીકરણ $s=t^3-5t^2+3t+1$ છે . t=0 આગળ કાનનો વેગ તથા t=1 આગળ કાનનો પ્રવેગ શોધો.

Q.4 **(a)** કોઈ પણ બે ગણો. **06**

1. મૂલ્ય શોધો $\int\left(\frac{2x^2-3x-11}{x}\right)dx$.
2. મૂલ્ય શોધો $\int x\cos x dx$.
3. મૂલ્ય શોધો $\int_1^3 (x^2+x+1)dx$

(b) કોઈ પણ બે ગણો. **08**

1. મૂલ્ય શોધો $\int\frac{dx}{2+3\cos x}$.
2. સાબિત કરોકે $\int_0^{\pi/2}\frac{\tan x}{\tan x+\cot x}dx=\frac{\pi}{4}$.
3. વક્રો $y=x^2$ અને $y=x$ દ્વારા ઘેરાયેલ પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

Q.5 **(a)** કોઈ પણ બે ગણો. **06**

1. મૂલ્ય શોધો $\lim_{n\to\infty}\frac{4n^3-7n^2+5n-1}{8n^3+7n^2-4n+1}$.
2. એક કોલેજના 60 કર્મચારી ગણની ઉંમરનું આવૃત્તિ વિતરણ નીચે મુજબ છે.માહિતી પરથી મધ્યક શોધો.

ઉંમર વર્ષમાં	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59
કર્મચારી ગણ	5	7	9	11	10	8	6	4

3. નીચે આપેલ માહિતી પરથી બહુલક શોધો.

વર્ગ	70-74	75-79	80-84	85-89	90-94	95-99
આવૃત્તિ	3	5	7	11	2	2

(b) કોઈ પણ બે ગણો. **08**

1. 50 ગુણ માંથી મેળવેલ ગુણનું આવૃત્તિ વિતરણ નીચે મુજબ છે.મધ્યસ્થ શોધો.

મેળવેલ ગુણ	1-10	11-20	21-30	31-40	41-50
વિદ્યાર્થીની સંખ્યા	5	8	12	8	7

2. નીચે આપેલ આવૃત્તિ વિતરણનો મધ્યક 20 . છેખુતી આવૃતિઓ શોધો.

x	0-9	10-19	20-29	30-39	40-49	Total
f	6	a	17	b	8	60

3. નીચે દર્શાવેલ માહિતી પરથી પ્રમાણિત વિચલન શોધો.

વર્ગ	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
આવૃત્તિ	12	38	42	23	5

****