Seat No.: _____ Enrolment No._____

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Engineering - SEMESTER–II • EXAMINATION – WINTER 2013

Subject Code: 3320003 Date: 24-12-2013

Subject Name: Advanced Mathematics (Group-2)

Time: 10:30 am - 01:00 pm Total Marks: 70

1. **Attempt any five questions.**
2. **Make Suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **Use of programmable & Communication aids are strictly prohibited.**
5. **Use of only simple calculator is permitted in Mathematics.**
6. **English version is authentic.**

Q.1 Answer any seven out of ten. 14

1. If the distance between the point (5,7) and (-3,m) is 10 then find the value of m.
2. Find the equation of the line passing through the point (1,6) and (-2,5).
3. Evaluate $\lim_{x \to 3} \frac{x^3-27}{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{3}}$
4. Find $\frac{dy}{dx}$ for y=2 x.sin x- x^3cos x
5. Evaluate $\int_{-2}^{2} x^5(1-x^2)^{\frac{3}{2}}dx$
6. The mean hight of 30 student is 5.3 ft. One reading was entered wrong as 5.2 ft. insted of 4.9 ft. Find the correct mean.
7. Evaluate $\int \frac{\sin x \cdot \cos x}{1+sin^2 x}\,dx$
8. If f(x) = $\log_2$x and g(x) = x^4 then find f(g(2)).
9. If $f(x) = \tan^{-1}(\frac{2x}{1-x^2})$ find $f'(x)$.
10. Find the median of the observation 6,9,3,4,8,7,10,12,11,13

Q.2 (a) Three vertices of parallelogram □ ABCD are A(-4,1) ,B(2,3) and C(8,9) find fourth vertex D. 03

OR

(a) Find the equation of locus of a point which moves such that its distance from the point A(-2,3) is twice the distance from the point B(-3,2). 03

(b) Find the equation of the line which is parallel to the line 3x+2y+1= 0 and passing through the point (1,-7) 03

OR

(b) A (2,3) , B(4,7) C(5,-2) are vertices of Δ ABC. Find the equation of median drawn from A to BC. 03

(c) Find the centre and radius of the circle $4x^2 + 4y^2 + 8x - 12y - 3 = 0$ 04

OR

(c) Find the equation of tangent and normal to the circle $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ at point (-2 , 2). 04

(d) Evaluate. 1. $\lim_{x \to -3} \frac{x^3+27}{x^2+5x+6}$ 2. $\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{2-sec^2 x}{1-tanx}$ 04

OR

(d) Evaluate. 1. $\lim_{x \to 0} \frac{a^x-sinx-1}{x}$ 2. $\lim_{x \to 0} \left(1+\frac{3x}{4}\right)^{\frac{5}{x}}$ 04

Q.3 (a) If $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ prove that $f\left(\frac{x+y}{1+xy}\right) = f(x).f(y)$ 03

OR

(a) If $f(x) = \log x$ prove that 1) $f(x.y) = f(x) + f(y)$ 2) $f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$ 03

(b) Evaluate. $\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{9+x}-3}{x}$ 03

OR

(b) Evaluate. $\lim_{n \to \infty} \sqrt{n^2 + n + 1} - n$ 03

(c) 1. If $y = \frac{\sin(\log x)}{x}$ then find $\frac{dy}{dx}$. 04

2 If x siny + y sinx = 5 then find $\frac{dy}{dx}$.

OR

(c) 1. Differentiate e^x using definition. 04

2. If $y = (sinx)^x + x^{cosx}$ find $\frac{dy}{dx}$.

(d) Find Maximum and Minimum value of $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$. 04

OR

(d) The equation of motion of particle is $s = t^3 - 6t^2 + 9t + 6$ where s is in meter and t is in second. 04

1.Find v and a when t=2 sec

2.Find S when particle change it direction.

Q.4 (a) If y= sin(sinx) prove that $y_2 + y_1 tanx + ycos^2x = 0$ 03

OR

(a) If $x = at^2$ and $y = 2at$, t≠0then prove that $yy_2 + y_1^2 = 0$ 03

(b) Evaluate. 1. $I = \int \frac{\cos 2x}{cos^2 x sin^2 x} dx$ 2. $I = \int \frac{x^2 \tan^{-1} x^3}{1 + x^6} dx$ 04

OR

(b) Evaluate. 1. $I = \int x.e^x dx$ 2. $I = \int \frac{x+3}{(x-1)(x-2)} dx$ 04

(c) 1. Evaluate. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sec x}{secx + cosecx} dx$ 04

2. Find the area of region bounded by $= 2x^2$, x-axis and line x=5. 03

Q.5 (a) 1. Evaluate $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} cos^2 x \, dx$ 04

2. Find differentiation of sin x w.r.t $tan^2 x$

(b) Find mean and mode of following data. 04

class	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60
Fre.	3	8	10	19	25	21	6	5	3

(c) Find mean deviation using median for the data 03

x_i	2	5	6	8	10	12
f_i	2	8	10	7	8	5

(d) Find standard deviation for the following data 03

class	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
Fre.	12	38	42	23	05

****

ગુજરાતી

પ્રશ્ન.૧ દશમાંથી કોઇપણ સાતના જવાબ આપો. ૧૪

૧. જો બિંદુઓ (5,7) અને (-3,m) વચ્ચે નુ અંતર 10 હોય તો m ની કિમત શોધો.

૨. (1,6) અને (-2,5) માંથી પસાર થતી રેખા નુ સમીકરણ શોધો.

૩. કિંમત શોધો. $\lim_{x \to 3} \frac{x^3-27}{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{3}}$

૪. જો $y=2\,x.\sin x - x^3\cos x$ તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

૫. કિંમત શોધો. $\int_{-2}^{2} x^5(1-x^2)^{\frac{3}{2}}dx$

૬. 30 વિધથીઓ ની ઉંચાઇનો મદયક5.3 ફૂટ છે.તેમાં એક અવ્લોકનભુલથી5.2 ફૂટ ને બદ્લે 4.9 ફૂટ લેવાઇ ગયુ છે.તો મહિતી નો સાચો મદયક શોધો.

૭. કિંમત શોધો. $\int \frac{\sin x.\cos x}{1+sin^2x}dx$

૮. જો $f(x) = \log_2 x$ અને $g(x) = x^4$ તો $f(g(2))$ શોધો.

૯. જો $f(x) = \tan^{-1}(\frac{2x}{1-x^2})$ તો $f'(x)$ શોધો.

૧૦ અવલોક્નો 6,9,3,4,8,7,10,12,11,13 નો મદયસ્થ શોધો.

પ્રશ્ન.૨ અ સમાંતબાજુ ચતુસકોણ ABCD ના ત્રણ શિરોબિંદુ ઓ A(-4,1) B(2,3) અને C(8,9) છે.તો ચોથા શિરોબિંદુના યામ શોધો. ૦૩

અથવા

અ એક ચલિત બિંદુ નુ બિંદુ(-2,3) થી અંતર તે ચલિત બિંદુ ના બીજા બિંદુ (-3,2) થી અંતર કરતા બમણુ છે.તો તે ચલિત બિંદુ નો બિંદુપથ શોધો. ૦૩

બ બિંદુ (1,-7) માંથી પસાર થતી અને રેખા 3x+2y+1=0 ને સમાંતર રેખા નુ સમીકરણ મેળવો. ૦૩

અથવા

બ A (2,3) , B(4,7) અને C(5,-2) Δ ABC ના શિરોબિંદુઓ છે. Aમાંથી BCપર દોરેલ મદયગા નુ સમીકરણ મેળવો. ૦૩

ક વર્તુળ $4x^2 + 4y^2 + 8x - 12y - 3 = 0$ નુ કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા મેળવો. ૦૪

અથવા

ક વર્તુળ $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ પરના (-2,2) બિંદુ આગળ ના સ્પર્શક તેમજ અભિલંબ ના સમીકરણો મેળવો. ૦૪

ડ કિંમત શોધો. 1. $\lim_{x \to -3} \frac{x^3+27}{x^2+5x+6}$ 2. $\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{2-sec^2x}{1-tanx}$ ૦૪

અથવા

ડ કિંમત શોધો. 1. $\lim_{x \to 0} \frac{a^x-sinx-1}{x}$ 2. $\lim_{x \to 0} \left(1+\frac{3x}{4}\right)^{\frac{5}{x}}$ ૦૪

પ્રશ્ન.૩ અ જો $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ તો સાબિત કરોકે $f\left(\frac{x+y}{1+xy}\right) = f(x).f(y)$ ૦૩

અથવા

અ જો $f(x) = \log x$ તો સાબિત કરોકે 1) $f(x.y) = f(x) + f(y)$ ૦૩

2) $f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$

બ કિંમત શોધો. $\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{9+x}-3}{x}$ ૦૩

અથવા

બ કિંમત શોધો. $\lim_{n \to \infty} \sqrt{n^2 + n + 1} - n$ ૦૩

ક 1. જો $y = \frac{\sin(\log x)}{x}$ તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો. ૦૪

2. જો x.sin y + y. sin x = 5 તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો

અથવા

ક 1. e^x નુ વ્યાખ્યા ની મદદ થી વિકલન શોધો. ૦૪

2. જો $y = (sinx)^x + x^{cosx}$ તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

ડ $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$ ની મહતમ અને ન્યુનતમ કિંમત શોધો. ૦૪

અથવા

ડ એક કણ ની ગતિ નુ સમીકરણ $s = t^3 - 6t^2 + 9t + 6$ જયાં m મીટર અને t સેક્ન્ડ માં છે.1.) જયારે t= 2 સેક્ન્ડ હોય ત્યારે v અને a શોધો. 2.) જ્યારે કણ ગતિ કરવા ની દિશા બદલે ત્યારે s શોધો. ૦૪

પ્રશ્ન.૪ અ જો y= sin(sinx) તો સાબિત કરો કે $y_2 + y_1 tanx + ycos^2x = 0$ ૦૩

અથવા

અ જો $x = at^2$ અને $y = 2at$, t≠0 તો સાબિત કરો કે$yy_2 + y_1^2 = 0$ ૦૩

બ કિંમત શોધો. 1. $I = \int \frac{\cos 2x}{cos^2 x sin^2 x} dx$ 2. $I = \int \frac{x^2 \tan^{-1} x^3}{1 + x^6} dx$ ૦૪

અથવા

બ કિંમત શોધો. 1. $I = \int x.e^x dx$ 2. $I = \int \frac{x+3}{(x-1)(x-2)} dx$ ૦૪

ક 1. કિંમત શોધો. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sec x}{secx + cosecx} dx$ ૦૪

2. Y=$2x^2$, x- અક્ષ અને રેખા x= 5 વડે ઘેરાયેલા પ્રદેશ નુ ક્ષેત્રફળ શોધો. ૦૩

પ્રશ્ન.૫ અ 1. કિંમત શોધો. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} cos^2 x \, dx$ ૦૪

2. $\sin x$ નુ $tan^2 x$ ની સાપેક્ષ વિકલન મેળવો.

બ નીચેના આવૃતિ વિતરણ માટે મદદક અને બહુલક શોધો. ૦૪

વર્ગ	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60
આવૃતિ	3	8	10	19	25	21	6	5	3

ક નીચેના આવૃતિ વિતરણ માટે મદયસ્થ થી સરેરાશ વિચલન શોધો. ૦૩

x_i	2	5	6	8	10	12
f_i	2	8	10	7	8	5

ડ નીચેના આવૃતિ વિતરણ માટે પ્રમાણિત વિચલન શોધો. ૦૩

વર્ગ	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
આવૃતિ	12	38	42	23	05

****