

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY**Diploma Engineering - SEMESTER-II • EXAMINATION – SUMMER 2013****Subject Code: 3320003****Date: 06-06-2013****Subject Name: Advanced Mathematics (Group-2)****Time: 10:30 am - 01:00 pm****Total Marks: 70****Instructions:**

1. Attempt ALL questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of SIMPLE CALCULATOR is permissible. (Scientific/Higher Version not allowed)
5. English version is authentic.

- Q.1** Fill in the blanks using appropriate choice from the given options. **14**
- 1 The distance between the points (1,3) and (0,-4) is
 (a) $2\sqrt{5}$ (b) $5\sqrt{2}$ (c) $4\sqrt{2}$ (d) $3\sqrt{2}$
 - 2 The slope of the line $2x-5y+3=0$ is
 (a) $\frac{5}{2}$ (b) $\frac{-2}{5}$ (c) $\frac{-3}{2}$ (d) $\frac{2}{5}$
 - 3 The centre of the circle $x^2+y^2+3x-4y-4=0$ is
 (a) $(-\frac{3}{2}, 2)$ (b) $(\frac{3}{2}, -2)$ (c) $(-\frac{3}{2}, -2)$ (d) $(\frac{3}{2}, 2)$
 - 4 If $f(x)=x^2-1$, then $f(-1) = \dots\dots\dots$
 (a) -1 (b) 1 (c) 0 (d) -2
 - 5 $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin 5\theta}{\theta} = \dots\dots\dots$
 (a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5
 - 6 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{x} = \dots\dots\dots$
 (a) 3 (b) $\log_e 3$ (c) $\log_3 e$ (d) -3
 - 7 $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x = \dots\dots\dots$
 (a) 1 (b) $\frac{1}{e}$ (c) e (d) 0
 - 8 $\frac{d}{dx}(\cot x) = \dots\dots\dots$
 (a) $-\operatorname{cosec}^2 x$ (b) $\operatorname{cosec}^2 x$ (c) $\sec x \cdot \tan x$ (d) $-\operatorname{cosec} x \cdot \cot x$
 - 9 $\frac{d}{dx}(\sin^2 x + \cos^2 x) = \dots\dots\dots$
 (a) -1 (b) 1 (c) $2\sin x \cdot \cos x$ (d) 0
 - 10 $\int \tan x dx = \dots\dots\dots$
 (a) $\log|\sin x| + c$ (b) $\log|\cos x| + c$ (c) $\log|\sec x| + c$ (d) $\log|\operatorname{cosec} x| + c$
 - 11 $\int x^4 dx = \dots\dots\dots$
 (a) $\frac{x^5}{5} + c$ (b) $4x^3 + c$ (c) $\frac{x^3}{3} + c$ (d) $4\log x + C$

- 12 $\int_0^1 x dx = \dots\dots\dots$
- (a) 1 (b) -1 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $-\frac{1}{2}$
- 13 The range of the data 17, 15, 25, 34, 32 is $\dots\dots\dots$
- (a) 18 (b) 19 (c) 34 (d) 17
- 14 If $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ be n observations of the ungrouped data, then mean of the observation $\bar{x} = \dots\dots\dots$
- (a) $\frac{\sum x_i}{n}$ (b) $n \sum x_i$ (c) $\sum x_i$ (d) $\frac{1}{2} \sum x_i$

- Q.2** (a) Attempt any two. **06**
- Find the area of the triangle whose vertices are (3,0) , (-1,4) and (-3,2) .
 - If the radius of the circle $2x^2+2y^2-4x-8y+k=0$ is 4 , then find k.
 - If $f(x)=\frac{1-x}{1+x}$, then prove that $f(x)+f(\frac{1}{x})=0$.

- (b) Attempt any two. **08**
- A(8,6) and B(2,4) are fixed points. If a point P moves such that \overline{PA} is perpendicular to \overline{PB} , then find the equation of P .
 - Find the equation of the line which is passing through (2,4) and is perpendicular to $5x-7y+11=0$.
 - Find the equation of tangent and normal to the circle $x^2+y^2-2x+4y-20=0$ at the point (-2,2) .

- Q.3** (a) Attempt any two. **06**
- Evaluate : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9-x}-3}{x}$
 - Evaluate : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x^2 - 5x + 6}{x^2 - 5x + 6}$
 - Evaluate : $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{n^3}$

- (b) Attempt any two. **08**
- Find the median of the frequency distribution given in the following table.
- | | | | | | | | |
|-----------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Class | 0-10 | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 |
| Frequency | 4 | 8 | 12 | 20 | 24 | 15 | 7 |
- Using the following data calculate the mean deviation from the median.
50,69,20,33,39,53,65,40,59.
 - Calculate the standard deviation for the following data.
6,7,10,12,13,4,8,12.

- Q.4** (a) Attempt any two. **06**
- If $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$, then find $\frac{dy}{dx}$.
 - If $x^2 + xy + y^2 = 0$, then find $\frac{dy}{dx}$.
 - If $y = A \cos pt + B \sin pt$ then prove that $\frac{d^2 y}{dt^2} + p^2 y = 0$.

- (b) Attempt any two. **08**
- If $y = (\sin x)^x$, then find $\frac{dy}{dx}$.

2. If $x = a(\theta + \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$, then find $\frac{dy}{dx}$.
3. The distance of a moving particle is given by $s = t^3 - 3t^2 + 4t + 3$. Find the velocity and acceleration at $t = 2$.

Q.5 (a) Attempt any two. **06**

1. Evaluate : $\int \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 2x} dx$
2. Evaluate : $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x} dx$
3. Evaluate : $\int (2x+1)\sqrt{x^2 + x + 9} dx$

(b) Attempt any two. **08**

1. Evaluate : $\int x^2 \cdot \log x dx$
2. Evaluate : $\int_0^1 \frac{x}{x+1} dx$
3. Find the area of the region bounded by the curve $y = x^2$ and the line $y = x + 2$.

ગુજરાતી

પ્રશ્ન 1 યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલી જગ્યા પૂરો. **14**

- 1 બિંદુઓ (1,3) અને (0,-4) વચ્ચેનું અંતર થાય.
 (a) $2\sqrt{5}$ (b) $5\sqrt{2}$ (c) $4\sqrt{2}$ (d) $3\sqrt{2}$
- 2 રેખા $2x - 5y + 3 = 0$ નો ઢાળ થાય.
 (a) $\frac{5}{2}$ (b) $\frac{-2}{5}$ (c) $\frac{-3}{2}$ (d) $\frac{2}{5}$
- 3 વર્તુળ $x^2 + y^2 + 3x - 4y - 4 = 0$ નું કેન્દ્ર થાય.
 (a) $(-\frac{3}{2}, 2)$ (b) $(\frac{3}{2}, -2)$ (c) $(-\frac{3}{2}, -2)$ (d) $(\frac{3}{2}, 2)$
- 4 જો $f(x) = x^2 - 1$, તો $f(-1) = \dots\dots\dots$
 (a) -1 (b) 1 (c) 0 (d) -2
- 5 $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin 5\theta}{\theta} = \dots\dots\dots$
 (a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5
- 6 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{x} = \dots\dots\dots$
 (a) 3 (b) $\log_e 3$ (c) $\log_3 e$ (d) -3
- 7 $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x = \dots\dots\dots$
 (a) 1 (b) $\frac{1}{e}$ (c) e (d) 0
- 8 $\frac{d}{dx}(\cot x) = \dots\dots\dots$
 (a) $-\operatorname{cosec}^2 x$ (b) $\operatorname{cosec}^2 x$ (c) $\sec x \cdot \tan x$ (d) $-\operatorname{cosec} x \cdot \cot x$

- 9 $\frac{d}{dx}(\sin^2 x + \cos^2 x) = \dots\dots\dots$
 (a) -1 (b) 1 (c) $2\sin x \cdot \cos x$ (d) 0
- 10 $\int \tan x dx = \dots\dots\dots$
 (a) $\log|\sin x| + c$ (b) $\log|\cos x| + c$ (c) $\log|\sec x| + c$ (d) $\log|\csc x| + c$
- 11 $\int x^4 dx =$
 (a) $\frac{x^5}{5} + c$ (b) $4x^3 + c$ (c) $\frac{x^3}{3} + c$ (d) $4\log x + C$
- 12 $\int_0^1 x dx = \dots\dots\dots$
 (a) 1 (b) -1 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $-\frac{1}{2}$
- 13 અવલોકનો 17, 15, 25, 34, 32 નો વિસ્તાર $\dots\dots\dots$ થાય.
 (a) 18 (b) 19 (c) 34 (d) 17
- 14 અવર્ગીકૃત માહિતીનાં n અવલોકનો $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ નો મધ્યક $\bar{x} = \dots\dots\dots$
 (a) $\frac{\sum x_i}{n}$ (b) $n \sum x_i$ (c) $\sum x_i$ (d) $\frac{1}{2} \sum x_i$

પ્રશ્ન 2 (અ) કોઈપણ બે ગણો. 06

1. $(3,0)$, $(-1,4)$ અને $(-3,2)$ શિરોબિંદુવાળા ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
2. વર્તુળ $2x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + k = 0$ ની ત્રિજ્યા 4 એકમ હોય તો k ની કિંમત શોધો.
3. જો $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ તો સાબિત કરો કે $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$.

(બ) કોઈપણ બે ગણો. 08

1. $A(8,6)$ અને $B(2,4)$ બે નિશ્ચિત બિંદુઓ છે. બિંદુ P એવી રીતે ગતિ કરે છે કે જેથી \overline{PA} અને \overline{PB} હંમેશા પરસ્પર લંબ રહે, તો P નો બિંદુપથ શોધો.
2. રેખા $5x - 7y + 11 = 0$ ને લંબ તથા બિંદુ $(2,4)$ માંથી પસાર થતી રેખાનું સમીકરણ શોધો.
3. વર્તુળ $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ ને $(-2,2)$ બિંદુએ સ્પર્શક તથા અભીલંબનાં સમીકરણો શોધો.

પ્રશ્ન 3 (અ) કોઈપણ બે ગણો. 06

1. કિંમત શોધો : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9-x} - 3}{x}$
2. કિંમત શોધો : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x^2 - 5x + 6}{x^2 - 5x + 6}$
3. કિંમત શોધો : $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{n^3}$

(બ) કોઈપણ બે ગણો.

08

1. નીચેનાં કોષ્ટકમાં આપેલા આવૃત્તિ વિતરણનો મધ્યસ્થ શોધો.

વર્ગ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
આવૃત્તિ	4	8	12	20	24	15	7

2. નીચે આપેલી માહિતી પરથી મધ્યસ્થથી સરેરાશ વિચલન શોધો.

50,69,20,33,39,53,65,40,59.

3. નીચેની માહિતી પરથી પ્રમાણિત વિચલન શોધો.

6,7,10,12,13,4,8,12.

પ્રશ્ન4 (અ) કોઈપણ બે ગણો.

06

1. જો $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$, તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

2. જો $x^2 + xy + y^2 = 0$, તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

3. જો $y = A \cos pt + B \sin pt$ તો સાબિત કરો કે $\frac{d^2y}{dt^2} + p^2y = 0$.

(બ) કોઈપણ બે ગણો.

08

1. જો $y = (\sin x)^x$, તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

2. જો $x = a(\theta + \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$, તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

3. એક કણની ગતિનું સમીકરણ $s = t^3 - 3t^2 + 4t + 3$ છે. તો $t = 2$ સમયે તેનો વેગ તથા પ્રવેગ શોધો.

પ્રશ્ન5 (અ) કોઈપણ બે ગણો.

06

1. કિંમત શોધો : $\int \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 2x} dx$

2. કિંમત શોધો : $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x} dx$

3. કિંમત શોધો : $\int (2x + 1)\sqrt{x^2 + x + 9} dx$

(બ) કોઈપણ બે ગણો.

08

1. કિંમત શોધો : $\int x^2 \cdot \log x dx$

2. કિંમત શોધો : $\int_0^1 \frac{x}{x+1} dx$

3. વક્ર $y = x^2$ અને રેખા $y = x + 2$ વડે ઘેરાતા પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
