Seat No.: ________ Enrolment No.___________

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Engineering - SEMESTER–I • EXAMINATION – WINTER • 2014

Subject Code: 3300001 **Date: 18-12-2014**

Subject Name: Basic Mathematics

Time: 10:30 am - 01:00 pm **Total Marks: 70**

Instructions:

1. **Attempt ALL questions.**
2. **Make Suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **Use of SIMPLE CALCULATOR is permissible.** (Scientific/Higher Version not allowed)
5. **English version is authentic.**

Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options. 14

1. $\text{Log}_2\left(\frac{1}{8}\right)$ =...........
   (a) 3 (b) 1/3 (c) -3 (d) 2^3
2. $3^{\log_3 1}$ =................
   (a) 1 (b) 0 (c) 3 (d) $\log_3 1$
3. $\log_a 32 = 5$ $then\ a =$............
   (a) 2 (b) 0 (c) 1 (d) -2
4. $\begin{vmatrix} 3 & -8 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}$ =................
   (a) -16 (b) 16 (c) 13 (d) 0
5. $I_{2=}$ ....
   (a) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
6. Order of $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 6 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ is ....
   (a) 3x3 (b) 3x2 (c) 2x3 (d) none of these
7. If A=$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ then A^2=.............
   (a) $\begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 16 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 7 & 15 \\ 22 & 10 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$
8. Sin $(\frac{\pi}{2} + \theta)$ =.............
   (a) Sinθ (b) $-$Sinθ (c)Cos θ (d) $-$cosecθ
9. Principal Period of $Sin^2 39° + Cos^2 39°$ =...........
   (a) 39° (b) 1 (c) 2π (d) not possible
10. $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) =$ ....
    (a) $\frac{\pi}{2}$ (b) 3 (c) π (d) 0

11. If Secθ =3/2 (0<$\theta < \frac{\pi}{2}$) then tanθ =..........

(a) $\sqrt{13}/2$ (b) $\sqrt{5}/2$ (c) 9/4 (d) 2

12. The surface area of the cube with side 5.3cm is.............

(a) 168.5 cm^3 (b) 28.9 cm^3 (c) 168.5 cm^2 (d) 28.09 cm^2

13. The area of a circle with circumference 176 cm is............

(a) $28cm^2$ (b) $2464cm^2$ (c) $88cm^2$ (d) $2464cm^3$

14. Area of the sector of the circle is...........

(a) $\frac{\pi r^2\theta}{360}$ (b) πr^2 (c) $\pi r^2\theta$ (d) $\pi({r_1}^2 - {r_2}^2)$

2. (a) Attempt any two : 6

(1) If $\log\left(\frac{x-y}{3}\right) = \frac{1}{2}\ (logx + logy)$ then prove that $x^2 + y^2 = 11xy$

(2) A cylindrical tank of petrol pump has capacity 38500 litres. If the diameter of this tank is 3.5 m then find its height.

(3) Find area of the triangle with sides a = 8cm, b = 10cm and c = 6 cm.

(b) Attempt any two: 8

(1) Prove that $\frac{1}{\log_6 24} + \frac{1}{\log_{12} 24} + \frac{1}{\log_8 24} = 2$

(2) Solve $\frac{\log a}{\log 8} = \frac{log\,256}{log\,64}$

(3) The total surface area of a cylinder is 1386 cm^2. If the curved surface area of this cylinder is 9th part of its total surface area then find radius and height of the cylinder.

3. (a) Attempt any two : 6

(1) If A=$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ $then\ prove\ that\ A^2 - 5A + 7I = \mathbf{0}$

(2) If A=$[1 \quad 2 \quad 3]$ $and\ B = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$ $then\ find\ AB\ and\ BA.$

(3) If A=$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ $and\ B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ $then\ prove\ that\ (A+B)^T = (A)^T + (B)^T$

(b) Attempt any two: 8

(1) Solve 3x-2y =8 and 5x + 4y = 6 using matrix method.

(2) If A = $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ $then\ find\ A^{-1}.$

(3) If $A_\alpha = \begin{bmatrix} Cos\alpha & Sin\alpha \\ -Sin\alpha & Cos\alpha \end{bmatrix}$ *then prove that* $A_\alpha . A_\beta = A_{\alpha+\beta}$

4. (a) Attempt any two : **6**

(1) If the area of the sector of a circle with radius 'r' and perimeter 'p' is 'A' then prove that $2r^2 - pr + 2A = 0$.

(2) Prove that $(\text{Sec}\theta - tan\theta)\sqrt{\frac{1+Sin\ \theta}{1-Sin\theta}} = 1$.

(3) Prove that $\frac{Sin\ (\theta-90°)}{Cos\ (\theta-180°)} + \frac{Tan\ (\theta+90°)}{Cot\ (180°+\theta)} + \frac{Cosec\ (90°+\theta)}{Sec\ (180°+\theta)} = -1$.

(b) Attempt any two : **8**

(1) Draw the graph of y = 2 cosx ; $0 \le x \le \pi$.

(2) Prove that $\frac{Sin\ \theta + Sin 2\theta + Sin 3\theta}{Cos\theta + Cos 2\theta + Cos 3\theta} = Tan 2\theta$.

(3) Prove that $\tan^{-1}\left(\frac{1}{8}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$

5. (a) Attempt any two : **6**

(1) If $\bar{a}$ = 2i + j – k , $\bar{b}$ = i – j + 2k and $\bar{c}$ = i – 2j + k then find $|\bar{a} + \bar{b} - 2\,\bar{c}|$.

(2) If $\bar{x}$ = i – 2j + 3k, $\bar{y}$ = −2i + 3j + k then prove that $(\bar{x} + \bar{y})$ and $(\bar{x} - \bar{y})$ are perpendicular.

(3) Find the unit vector perpendicular to the plane containing the vectors $\bar{a}$= i – $j + k$ *and* $\bar{b}$ =2i + 3j − k.

(b) Attempt any two : **8**

(1) Prove that angle between vectors 3i + j + 2k and 2i – 2j + 4k is $\sin^{-1}(2/\sqrt{7})$.

(2) Under the effect of forces i + j – 2k and 2i + 2j – 4k an object is displaced from i – j to 3i + k. Then find the work done.

(3) If $\bar{a}$ = 2i – j, $\bar{b}$ = i + 3j – 2k then find $|(\bar{a} + \bar{b}) \times (\bar{a} - \bar{b})|$.

****

ગુજરાતી

પ્ર.૧. યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલી જગ્યા પૂરો: ૧૪

(1) $\text{Log}_2\left(\frac{1}{8}\right)$ =...........

(a) 3 (b) 1/3 (c) -3 (d) 2^3

(2) $3^{\log_3 1}$ =................

(a) 1 (b) 0 (c) 3 (d) $\log_3 1$

(3) જો $\log_a 32 = 5$ તો a =............

(a) 2 (b) 0 (c) 1 (d) -2

(4) $\begin{vmatrix} 3 & -8 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}$ =...............

(a) -16 (b) 16 (c) 13 (d) 0

(5) $I_{2=}$ ....

(a) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(6) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 6 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ નું મૂલ્ય ....છે

(a) 3x3 (b) 3x2 (c) 2x3 (d) કોઈ નહીં

(7) જો A=$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ તો A^2=.............

(a) $\begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 16 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 7 & 15 \\ 22 & 10 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

(8) Sin $(\frac{\pi}{2} + \theta)$ =............

(a) Sinθ (b) $-$Sinθ (c)Cos θ (d) $-$cosecθ

(9) $Sin^2 39° + Cos^2 39°$ નું આવર્તમાન .... છે

(a) 39° (b) 1 (c) 2π (d) શક્ય નથી

(10) $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$ = ...

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) 3 (c) π (d) 0

(11) જો Sec θ =3/2 (0<$\theta < \frac{\pi}{2}$) તો $\tan\theta$ =..........

(a) $\sqrt{13}/2$ (b) $\sqrt{5}/2$ (c) 9/4 (d) 2

(12) એક લંબઘન જેની બાજું 5.3 સેમિ છે.તો તેનું કુલ પૃષ્ઠફળ......

(a)168.5 cm^3 (b) 28.9 cm^3 (c) 168.5 cm^2(d) 28.09 cm^2

(13) 176 સેમી લાંબા વાયરમાંથી બનાવેલા વતુળનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

(a) 28cm^2 (b) 2464cm^2 (c) 88cm^2 (d) 2464cm^3

(14) વૃત્તાંશનું ક્ષેત્રફળ =.............

(a) $\frac{\pi r^2\theta}{360}$ (b) πr^2 (c) $\pi r^2\theta$ (d) $\pi({r_1}^2 - {r_2}^2)$

પ્ર.૨ (અ) ગમે તે બે ગણો: ૬

(1) જો $\log(\frac{x-y}{3}) = \frac{1}{2}\ (logx + logy)$ તો સાબિત કરો કે $x^2 + y^2 = 11xy$

(2) એક પેટ્રોલપંપની નળાકાર ટાંકીની ક્ષમતા 38500 લિટર છે. જો તેનો વ્યાસ 3.5 મીટર હોય,તો તેની ઊંચાઈ શોધો.

(3) આપેલ ત્રિકોણ જેની બાજુ ઓ a = 8cm b = 10cm અને c = 6 cm હોય તો તેનુ ક્ષેત્રફળ શોધો.

(બ) ગમે તે બે ગણો: ૮

(1) સાબિત કરો કે $\frac{1}{\log_6 24} + \frac{1}{\log_{12} 24} + \frac{1}{\log_8 24} = 2$

(2) સમીકરણ છોડો: $\frac{\log a}{\log 8} = \frac{log\,256}{log\,64}$

(3) એક ઘન નળાકારનું કુલ પૃષ્ઠફળ 1386 સેમી^{2} છે. તેની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ તેના કુલ પૃષ્ઠફળના એક નવમાંશ જેટ્લું હોય તો તે નળાકારની ત્રિજ્યા શોધો.

પ્ર.3 (અ) ગમે તે બે ગણો: ૬

(1) જો A=$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ તો સાબિત કરો $A^2 - 5A + 7I = \mathbf{0}$

(2) જો A=$[1 \quad 2 \quad 3]$ અને $B = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$ તો AB અને BA શોધો.

(3) જો A=$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ $and\ B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ તો સાબિત કરો$(A+B)^T = (A)^T + (B)^T$

(બ) ગમે તે બે ગણો: ૮

(1) શ્રેણિક્ની રીતે સમીકરણોનો ઉકેલ મેળવો. 3x-2y =8 અને 5x + 4y = 6

(2) જો A = $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ તો A^{-1} શોધો.

(3) જો $A_\alpha = \begin{bmatrix} Cos\alpha & Sin\alpha \\ -Sin\alpha & Cos\alpha \end{bmatrix}$ તો સાબિત કરો $A_\alpha . A_\beta = A_{\alpha+\beta}$

પ્ર.૪. (અ) ગમે તે બે ગણો: ૬

(1) એક 'r' ત્રિજ્યાવાળા વતુળના વૃત્તાંશની પરિમિતિ 'p' અને ક્ષેત્રફળ 'A' હોય તો સાબિત કરો કે $2r^2 - pr + 2A = 0$.

(2) સાબિત કરો: $(\text{Sec}\theta - tan\theta)\sqrt{\frac{1+Sin\ \theta}{1-Sin\theta}} = 1$.

(3) સાબિત કરો: $\frac{Sin\ (\theta-90°)}{Cos\ (\theta-180°)} + \frac{Tan\ (\theta+90°)}{Cot\ (180°+\theta)} + \frac{Cosec\ (90°+\theta)}{Sec\ (180°+\theta)} = -1$.

(બ) ગમે તે બે ગણો: ૮

(1) y = 2 cosx ; $0 \leq x \leq \pi$ નો આલેખ દોરો.

(2) સાબિત કરો : $\frac{Sin\ \theta+Sin2\theta+Sin3\theta}{Cos\theta+Cos2\theta+Cos3\theta} = Tan2\theta$.

(3) સાબિત કરો : $\tan^{-1}\left(\frac{1}{8}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$

પ્ર.૫. (અ) ગમે તે બે ગણો: ૬

(1) જો $\bar{a}$ = 2i + j – k , $\bar{b}$ = i – j + 2k and $\bar{c}$ = i – 2j + k તો $|\bar{a} + \bar{b} - 2\,\bar{c}|$ શોધો.

(2) જો $\bar{x}$ = i – 2j + 3k, $\bar{y}$ = –2i + 3j + k તો સાબિત કરો કે $(\bar{x} + \bar{y})$ અને $(\bar{x} - \bar{y})$ પરસ્પર લંબ છે.

(3) સદિશો $\bar{a}$= i – j + k તથા $\bar{b}$ =2i + 3j – k ને સમાવતા સમતલને લંબ એકમ સદિશ મેળવો.

(બ) ગમે તે બે ગણો: ૮

(1) સાબિત કરો કે 3i + j + 2k અને 2i – 2j + 4k વચ્ચેનો ખૂણો $\sin^{-1}(2/\sqrt{7})$ છે

(2) એક પદાર્થ પર કાર્ય કરતાં અચળ બળો i + j – 2k અને 2i + 2j – 4k તેનું બિંદુ i – j થિ બિંદુ 3i + k સુધિ સ્થાનાંતર કરે છે. તો થયેલું કાર્ય ગણો.

(3) જો $\bar{a}$ = 2i – j, $\bar{b}$ = i + 3j – 2k તો $|(\bar{a} + \bar{b}) \times (\bar{a} - \bar{b})|$ શોધો.

****