

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY
Diploma Engineering - SEMESTER – I • EXAMINATION – WINTER 2012

Subject code: 3300001

Date: 18/01/2013

Subject Name: Basic Mathematics

Time: 10.30 am - 01.00 pm

Total Marks: 70

Instructions:

1. Attempt all questions.
2. Make suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. English version is considered to be Authentic
5. Use of simple calculator is permissible. (Scientific/Higher Version not allowed)

Q.1 Fill in the blank using the correct option. **14**

- 1 $\log_5 125 = \underline{\hspace{2cm}}$
 (a) 5 (b) 3 (c) 2 (d) 25
- 2 $\log 81 \div \log 27 = \underline{\hspace{2cm}}$
 (a) 54 (b) 3 (c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{4}{3}$
- 3 $9^{\log_3 2} = \underline{\hspace{2cm}}$
 (a) 4 (b) 1 (c) 0 (d) -2
- 4 If $\begin{vmatrix} x & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 0$ then $x = \underline{\hspace{2cm}}$
 (a) -2 (b) 1 (c) 2 (d) 0
- 5 Order of $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ is $\underline{\hspace{2cm}}$.
 (a) 2X3 (b) 3X2 (c) 2X2 (d) none
- 6 If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ then $A^T = \underline{\hspace{2cm}}$
 (a) A (b) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$
- 7 $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$
 (a) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$
- 8 $\cos(\pi+\theta) = \underline{\hspace{2cm}}$
 (a) $\cos\theta$ (b) $\sin\theta$ (c) $-\cos\theta$ (d) $-\sin\theta$

- 9 Period of $\cos(2x+7)$ is _____
 (a) 2π (b) $2\pi+7$ (c) π (d) 4π
- 10 $\tan^{-1}x + \cot^{-1}x =$ _____
 (a) 1 (b) 0 (c) 90° (d) 45°
- 11 $\sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ =$ _____
 (a) 1 (b) -1 (c) 0 (d) none
- 12 Volume of cylinder with radius 'r' and height 'h' is _____
 (a) r^2h (b) $2\pi rh$ (c) πr^2h (d) $2\pi r^2h$
- 13 Area of rectangle with length 250 cm and width 80 cm is _____ sq.m.
 (a) 20000 (b) 2 (c) 200 (d) 20
- 14 If diameter of a circle is 14 cm then area of circle is _____ sq. cm.
 (a) 28π (b) 14π (c) 196π (d) 496π

Q.2 (a) Attempt any TWO **06**

1 Prove that $\log\left(\frac{51}{80}\right) + \log\left(\frac{44}{85}\right) - \log\left(\frac{99}{160}\right) - \log\left(\frac{8}{15}\right) = 0$

2 A circle is made from 176cm long wire. Find the area of circle.

3 Two hemisphere of radius 5cm are attached at the end of cylinder of same radius. If height of cylinder is 16cm then find the surface area of the shape

(b) Attempt any TWO **08**

1 Prove that $\log_{b^3} a^2 \log_{c^3} b^2 \log_{a^3} c^2 = \frac{8}{27}$

2 Prove that $\frac{1}{\log_{ab} abc} + \frac{1}{\log_{bc} abc} + \frac{1}{\log_{ca} abc} = 2$

3 Cylindrical tank of radius 6m and height 7m is filled full of water. If the water of the tank is transferred to cuboid tank of length 12m and width 11m. What will be height of the water in cuboid tank?

Q.3 (a) Attempt any TWO **06**

1 If $\begin{vmatrix} x-1 & 2 & 1 \\ x & 1 & x+1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 4$ then find x.

2 If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ -1 & 7 & 8 \\ 6 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ then find $2A-B+C$.

3 If $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ then prove that $A^2 - 7I = 0$

(b) Attempt any TWO **08**

1 If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ then find A^{-1}

2 Solve the given equations using matrix method. $3x-2y=5, x+y=5$

3 If $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 3 \\ 5 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ then prove that $A^2 - A = 0$

Q.4 (a) Attempt any TWO **06**

1 Simplify $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)}{\cos(\pi - \theta)} + \frac{\cot\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right)}{\tan(\pi - \theta)} + \frac{\operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sec(\pi + \theta)}$

2 Prove that $\frac{\sin(B - C)}{\cos B \cos C} + \frac{\sin(C - A)}{\cos C \cos A} + \frac{\sin(A - B)}{\cos A \cos B} = 0$

3 Prove that $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right)$

(b) Attempt any TWO **08**

1 Draw the graph of $y = \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$

2 Prove that $\frac{\sin \theta + \sin 2\theta + \sin 4\theta + \sin 5\theta}{\cos \theta + \cos 2\theta + \cos 4\theta + \cos 5\theta} = \tan 3\theta$

3 Prove that $8\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ = 1$

Q.5 (a) Attempt any TWO **06**

1 If $\vec{a} = (1, 2, 1)$, $\vec{b} = (1, -1, 2)$, $\vec{c} = (3, 2, -1)$ then find $|3\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}|$

2 Find the angle between $(1, 2, 3)$ and $(-2, 3, 1)$

3 If $\vec{x} = (2, -1, 3)$ and $\vec{y} = (1, 2, -2)$ then find $(\vec{x} + \vec{y}) \cdot (\vec{x} - \vec{y})$

(b) Attempt any TWO **08**

1 Find unit vector perpendicular to $(3, -1, 2)$ and $(2, 1, -1)$

2 Forces $(3, -2, 1)$ and $(-1, -1, 2)$ are acting on a particle and moves the particle from point $(2, 2, -3)$ to $(-1, 2, 4)$. Find the work done.

3 If $(m, 2m, 4)$ and $(m, -3, 2)$ are perpendicular to each other then find m .

- 1 $\log_5 125 = \underline{\hspace{2cm}}$
 (a) 5 (b) 3 (c) 2 (d) 25
- 2 $\log 81 \div \log 27 = \underline{\hspace{2cm}}$
 (a) 54 (b) 3 (c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{4}{3}$
- 3 $9^{\log_3 2} = \underline{\hspace{2cm}}$
 (a) 4 (b) 1 (c) 0 (d) -2
- 4 જો $\begin{vmatrix} x & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 0$ તો $x = \underline{\hspace{2cm}}$
 (a) -2 (b) 1 (c) 2 (d) 0
- 5 $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ નો ક્રમ $\underline{\hspace{2cm}}$ છે.
 (a) 2X3 (b) 3X2 (c) 2X2 (d) none
- 6 જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ તો $A^T = \underline{\hspace{2cm}}$
 (a) A (b) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$
- 7 $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$
 (a) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$
- 8 $\cos(\pi+\theta) = \underline{\hspace{2cm}}$
 (a) $\cos\theta$ (b) $\sin\theta$ (c) $-\cos\theta$ (d) $-\sin\theta$
- 9 $\cos(2x+7)$ નું આવર્તમાન $\underline{\hspace{2cm}}$ છે.
 (a) 2π (b) $2\pi+7$ (c) π (d) 4π
- 10 $\tan^{-1}x + \cot^{-1}x = \underline{\hspace{2cm}}$
 (a) 1 (b) 0 (c) 90° (d) 45°
- 11 $\sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$
 (a) 1 (b) -1 (c) 0 (d) none
- 12 'r' ત્રિજ્યા અને 'h' ઊંચાઈ વાળા નળાકાર નું ઘનફળ $\underline{\hspace{2cm}}$ છે
 (a) r^2h (b) $2\pi rh$ (c) πr^2h (d) $2\pi r^2h$
- 13 250cm લંબાઈ અને 80cm પહોળાઈ વાળા લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ $\underline{\hspace{2cm}}$ sq.m.
 (a) 20000 (b) 2 (c) 200 (d) 20
- 14 જો વર્તુળનો વ્યાસ 14cm હોય તો વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ $\underline{\hspace{2cm}}$ sq. cm. છે
 (a) 28π (b) 14π (c) 196π (d) 49π

Q.2 (a) ગમે તે બે ગણો

06

1 સાબિત કરો કે $\log\left(\frac{51}{80}\right) + \log\left(\frac{44}{85}\right) - \log\left(\frac{99}{160}\right) - \log\left(\frac{8}{15}\right) = 0$

2 176cm લાંબા વાયર માંથી બનાવેલા વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

5cm ત્રિજ્યાના બે અર્ધગોલક તેટલીજ ત્રિજ્યાના નળાકારના બન્ને છેડે

3 જોડેલા છે. જો નળાકારની ઊંચાઈ 16cm હોય તો બનેલા આકારની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

(b) ગમે તે બે ગણો

08

1 સાબિત કરો કે $\log_{b^3} a^2 \log_{c^3} b^2 \log_{a^3} c^2 = \frac{8}{27}$

2 સાબિત કરો કે $\frac{1}{\log_{ab} abc} + \frac{1}{\log_{bc} abc} + \frac{1}{\log_{ca} abc} = 2$

6m ત્રિજ્યા અને 7m ઊંચાઈ વાળી નળાકાર ટાંકી પૂરી પાણીથી ભરેલી છે.

3 આ પાણીને 12m લંબાઈ અને 11m પહોળી લંબઘન ટાંકીમાં ફેરવવામા આવે તો લંબઘન ટાંકીમાં પાણી ની ઊંચાઈ કેટલી થશે.

Q.3 (a) ગમે તે બે ગણો

06

1 જો $\begin{vmatrix} x-1 & 2 & 1 \\ x & 1 & x+1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 4$ તો x શોધો.

2 જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ -1 & 7 & 8 \\ 6 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ તો $2A-B+C$ શોધો

3 જો $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ તો સાબિત કરો કે $A^2 - 7I = 0$

(b) ગમે તે બે ગણો

08

1 જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ તો A^{-1} શોધો.

2 આપેલા સમીકરણ શ્રેણિક ની મદદથી ઉકેલો. $3x-2y=5$, $x+y=5$

3 જો $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 3 \\ 5 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ તો સાબિત કરો કે $A^2 - A = 0$

Q.4 (a) ગમે તે બે ગણો

06

1 સાદુરૂપ આપો $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)}{\cos(\pi-\theta)} + \frac{\cot\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)}{\tan(\pi-\theta)} + \frac{\operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}{\sec(\pi+\theta)}$

2 સાબિત કરો કે $\frac{\sin(B-C)}{\cos B \cos C} + \frac{\sin(C-A)}{\cos C \cos A} + \frac{\sin(A-B)}{\cos A \cos B} = 0$

3 સાબિત કરો કે $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right)$

(b) ગમે તે બે ગણો

08

1 $y = \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$ નો આલેખ દોરો.

2 સાબિત કરો કે $\frac{\sin \theta + \sin 2\theta + \sin 4\theta + \sin 5\theta}{\cos \theta + \cos 2\theta + \cos 4\theta + \cos 5\theta} = \tan 3\theta$

3 સાબિત કરો કે $8\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ = 1$

Q.5 (a) ગમે તે બે ગણો

06

1 જો $\vec{a} = (1, 2, 1)$, $\vec{b} = (1, -1, 2)$, $\vec{c} = (3, 2, -1)$ તો $|3\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}|$ શોધો

2 $(1, 2, 3)$ અને $(-2, 3, 1)$ વચ્ચેનો ખૂણો શોધો

3 જો $\vec{x} = (2, -1, 3)$ અને $\vec{y} = (1, 2, -2)$ તો $(\vec{x} + \vec{y}) \cdot (\vec{x} - \vec{y})$ શોધો.

(b) ગમે તે બે ગણો

08

1 $(3, -1, 2)$ અને $(2, 1, -1)$ ને લંબ એકમ સદિશ શોધો

2 બંને $(3, -2, 1)$ and $(-1, -1, 2)$ એક કણ પર કાર્ય કરે છે જેને પરિણામે કણ

બિન્દુ $(2, 2, -3)$ થી બિન્દુ $(-1, 2, 4)$ સુધી સ્થાનાંતર કરે છે. થયેલ કાર્ય શોધો.

3 જો $(m, 2m, 4)$ અને $(m, -3, 2)$ એક બીજાને લંબ હોયતો m શોધો.
