

Seat No.: \_\_\_\_\_

Enrolment No. \_\_\_\_\_

**GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY****Diploma Engineering - SEMESTER-I • EXAMINATION – SUMMER • 2014****Subject Code: 3300001****Date: 11-06-2014****Subject Name: Basic Mathematics****Time: 02:30 pm - 05:00 pm****Total Marks: 70****Instructions:**

1. Attempt ALL questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of SIMPLE CALCULATOR is permissible. (Scientific/Higher Version not allowed)
5. English version is authentic.

Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options. 14

1. If  $\log \frac{a}{b} + \log \frac{b}{a} = \log (a + b)$  then, \_\_\_\_\_  
 (a)  $a - b = 1$  (b)  $a + b = 1$  (c)  $a = b$  (d)  $a^2 - b^2 = 1$

2.  $\log \tan \theta + \log \cot \theta =$  \_\_\_\_\_  
 (a) 1 (b) 0 (c)  $\log \sin \theta$  (d)  $\log \cos \theta$

3. If  $\log_7 x = 1$  then  $x =$  \_\_\_\_\_  
 (a) 1 (b) 0 (c) 7 (d) -7

4.  $\begin{vmatrix} 1 & \log_y x \\ \log_x y & 1 \end{vmatrix} =$  \_\_\_\_\_  
 (a) 1 (b) 0 (c)  $1 - \log_{xy} xy$  (d) none of these

5. If  $A = \begin{bmatrix} -7 & 6 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ , then  $AI =$  \_\_\_\_\_  
 (a)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (b)  $\begin{bmatrix} 7 & -6 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$  (c)  $\begin{bmatrix} -7 & 6 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$  (d)  $\begin{bmatrix} -2 & -6 \\ -5 & -7 \end{bmatrix}$

6. If  $A = \begin{bmatrix} -8 & 4 \\ -6 & 3 \end{bmatrix}$  then  $A^{-1} =$  \_\_\_\_\_  
 (a)  $\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 6 & -8 \end{bmatrix}$  (b)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (c)  $\begin{bmatrix} -\frac{1}{8} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$  (d) does not exist

7. If  $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  then  $A^T =$  \_\_\_\_\_  
 (a)  $\begin{bmatrix} -1 & 3 & -4 \\ 2 & -1 & -2 \end{bmatrix}$  (b) A (c)  $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$  (d)  $\begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 1 & -3 & 4 \end{bmatrix}$

8.  $\frac{4\pi}{9}$  radian = \_\_\_\_\_ degree  
 (a)  $40^\circ$  (b)  $80^\circ$  (c)  $20^\circ$  (d)  $10^\circ$

9. Principal period of  $\cos\left(\frac{2x}{3} + 5\right) =$  \_\_\_\_\_  
 (a)  $\frac{2\pi}{3}$  (b)  $2\pi$  (c)  $\frac{3\pi}{2}$  (d)  $3\pi$

10.  $\sin \frac{\pi}{8} + \sin \frac{9\pi}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$
- (a)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       (b)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$                       (c) 0                      (d)  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$
11.  $\sin 40^\circ + \sin 20^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$
- (a)  $\cos 10^\circ$                       (b)  $-\cos 10^\circ$                       (c)  $\cos 20^\circ$                       (d)  $-\cos 20^\circ$
12. The area of Rhombus whose diagonals are 30 cm and 15 cm is  $\underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^2$
- (a) 450                      (b) 225                      (c) 900                      (d) 500
13. The area of a circle made from  $8\pi \text{ cm}$  long wire is  $\underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^2$
- (a)  $4\pi$                       (b)  $8\pi$                       (c)  $16\pi$                       (d)  $12\pi$
14. The formula for the volume of a sphere is
- (a)  $2\pi r^2$                       (b)  $4\pi r^2$                       (c)  $\frac{4}{3}\pi r^3$                       (d)  $\frac{2}{3}\pi r^3$

Q.2 (a) Attempt any TWO 06

1. Prove that :

$$2 \log \frac{6}{7} + \frac{1}{2} \log \frac{81}{16} - \log \frac{27}{196} = \log 12$$

2. Find Volume of Cylinder whose radius is 5 cm and height is 12 cm .

3. How many balls of 2 cm. radius can be made from cube of length 44 cm.

(b) Attempt any TWO 08

1. If  $\log \left( \frac{a-b}{2} \right) = \frac{1}{2} (\log a + \log b)$ , then prove that  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 6$

2. If  $\frac{\log x \times \log 16}{\log 32} = \log 256$ , then find the value of  $x$

3. How much Paper required to prepare 20 cone shaped caps of radius 14 cm of base and height 48 cm.

Q.3 (a) Attempt any TWO 06

1. If  $\begin{vmatrix} x-2 & 2 & 2 \\ -1 & x & -2 \\ 2 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 0$ , find  $x$

2. If  $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  then prove that  $(A+B)^T = A^T + B^T$

3. If  $A = \begin{bmatrix} -4 & -3 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ , then prove that  $\text{adj}A = A$

(b) Attempt any TWO 08

1. If  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ , then prove that  $A^2 - 4A + 7I = 0$  and hence obtain  $A^{-1}$
2. If  $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 3 \\ 5 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ , then prove that  $A^2 - A = 0$
3. Solve the following equation by matrix method,  
 $x + y + z = 3$  ,  $x + 2y + z = 2$  ,  $4x - y - z = 7$

Q.4 (a) Attempt any TWO

06

1. Prove that :  $2 \sin \left( A + \frac{\pi}{3} \right) = \sin A + \sqrt{3} \cos A$
2. Prove that :  $\frac{\sin(-\theta) \cdot \tan \left( \frac{\pi}{2} + \theta \right) \cdot \sin(\pi + \theta) \cdot \sec \left( \frac{3\pi}{2} + \theta \right)}{\sin(2\pi - \theta) \cdot \cos \left( \frac{3\pi}{2} - \theta \right) \cdot \operatorname{cosec}(\pi - \theta) \cdot \cot(2\pi - \theta)} = 1$
3. Prove that :  $\tan^{-1} \left( \frac{1}{2} \right) + \tan^{-1} \left( \frac{1}{3} \right) = \frac{\pi}{4}$

(b) Attempt any TWO

08

1. Draw the graph of  $y = \sin x$  ,  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$
2. Prove that :  $\frac{\cos 3A + 2 \cos 5A + \cos 7A}{\sin 3A + 2 \sin 5A + \sin 7A} = \cot 5A$
3. Prove that :  $\sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = \frac{1}{16}$

Q.5 (a) Attempt any TWO

06

1. if  $\bar{a} = (3, -1, -4)$ ,  $\bar{b} = (-2, 4, -3)$  and  $\bar{c} = (-1, 2, -1)$   
then find direction cosines of  $3\bar{a} - 2\bar{b} + 4\bar{c}$ .
2. If  $\bar{a} = 2i - j$ ,  $\bar{b} = i + 3j - 2k$  then find  $|(\bar{a} + \bar{b}) \times (\bar{a} - \bar{b})|$
3. If  $\bar{x} = (1, -2, -3)$  and  $\bar{y} = (2, p, 4)$  then for what value of p  
 $\bar{x}$  and  $\bar{y}$  are perpendicular to each other.

(b) Attempt any TWO

08

1. Show that the angle between the vectors  $i + 2j$  and  $i + j + 3k$  is  $\sin^{-1} \sqrt{\frac{46}{55}}$
2. A particle moves from a point  $(0, 1, -2)$  to  $(-1, 3, 2)$  under the action of forces  $(1, 2, 3)$ ,  $(-1, 2, 3)$  and  $(-1, 2, -3)$  find the work done .
3. if  $\bar{x} = 3i - j + 2k$  and  $\bar{y} = 2i + j - k$  then find the unit vector perpendicular to both  $\bar{x}$  and  $\bar{y}$ .

## ગુજરાતી

Q.1

ચોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલીજગ્યા પુરો.

1. જો  $\log \frac{a}{b} + \log \frac{b}{a} = \log (a + b)$  તો \_\_\_\_\_  
 (a)  $a - b = 1$  (b)  $a + b = 1$  (c)  $a = b$  (d)  $a^2 - b^2 = 1$
2.  $\log \tan \theta + \log \cot \theta =$  \_\_\_\_\_  
 (a) 1 (b) 0 (c)  $\log \sin \theta$  (d)  $\log \cos \theta$
3. જો  $\log_7 x = 1$  તો  $x =$  \_\_\_\_\_  
 (a) 1 (b) 0 (c) 7 (d) -7
4.  $\begin{vmatrix} 1 & \log_y x \\ \log_x y & 1 \end{vmatrix} =$  \_\_\_\_\_  
 (a) 1 (b) 0 (c)  $1 - \log_{xy} xy$  (d) none of these
5. જો  $A = \begin{bmatrix} -7 & 6 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ , તો  $AI =$  \_\_\_\_\_  
 (a)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (b)  $\begin{bmatrix} 7 & -6 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$  (c)  $\begin{bmatrix} -7 & 6 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$  (d)  $\begin{bmatrix} -2 & -6 \\ -5 & -7 \end{bmatrix}$
6. જો  $A = \begin{bmatrix} -8 & 4 \\ -6 & 3 \end{bmatrix}$ , તો  $A^{-1} =$  \_\_\_\_\_  
 (a)  $\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 6 & -8 \end{bmatrix}$  (b)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (c)  $\begin{bmatrix} -\frac{1}{8} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$  (d) અસ્તિત્વ નથી
7. જો  $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  તો  $A^T =$  \_\_\_\_\_  
 (a)  $\begin{bmatrix} -1 & 3 & -4 \\ 2 & -1 & -2 \end{bmatrix}$  (b) A (c)  $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$  (d)  $\begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 1 & -3 & 4 \end{bmatrix}$
8.  $\frac{4\pi}{9}$  રેડિયન = \_\_\_\_\_ અંશ  
 (a)  $40^\circ$  (b)  $80^\circ$  (c)  $20^\circ$  (d)  $10^\circ$
9.  $\cos\left(\frac{2x}{3} + 5\right)$  નું આવર્તમાન \_\_\_\_\_ છે .  
 (a)  $\frac{2\pi}{3}$  (b)  $2\pi$  (c)  $\frac{3\pi}{2}$  (d)  $3\pi$
10.  $\sin \frac{\pi}{8} + \sin \frac{9\pi}{8} =$  \_\_\_\_\_  
 (a)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (b)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (c) 0 (d)  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$
11.  $\sin 40^\circ + \sin 20^\circ =$  \_\_\_\_\_  
 (a)  $\cos 10^\circ$  (b)  $-\cos 10^\circ$  (c)  $\cos 20^\circ$  (d)  $-\cos 20^\circ$

12. એક સમબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણોના માપ જો 30 સે.મી. અને 15 સે.મી. છે તો તેનું ક્ષેત્રફળ \_\_\_\_\_ ચો.સે.મી. થશે  
 (a) 450 (b) 225 (c) 900 (d) 500
13.  $8\pi$  સે.મી. લંબાવા વાયરમાંથી બનતા વર્તુણ નું ક્ષેત્રફળ \_\_\_\_\_ ચો.સે.મી.  
 (a)  $4\pi$  (b)  $8\pi$  (c)  $16\pi$  (d)  $12\pi$
14. ગોલકનું ઘનફળ માટે નું સુત્ર  
 (a)  $2\pi r^2$  (b)  $4\pi r^2$  (c)  $\frac{4}{3}\pi r^3$  (d)  $\frac{2}{3}\pi r^3$

Q.2 (અ) ગમે તે બેના જવાબ આપો .

06

1. સાબિત કરો કે

$$2 \log \frac{6}{7} + \frac{1}{2} \log \frac{81}{16} - \log \frac{27}{196} = \log 12$$

2. એક નળાકાર ની ત્રિજ્યા 5 સે.મી. અને ઉંચાંઈ 12 સે.મી છે, તો તે નળાકાર નો ઘનફળ શોધો.

3. 44 સે.મી લંબાઈવાળા ઘનમાંથી, 2 સે.મી ત્રિજ્યા ધરાવતા કેટલા ગોળા બનાવી શકાય?

(બ) ગમે તે બેના જવાબ આપો

08

1. જો  $\log \left( \frac{a-b}{2} \right) = \frac{1}{2} (\log a + \log b)$ , તો સાબિત કરો કે  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 6$

2. જો  $\frac{\log x \times \log 16}{\log 32} = \log 256$ , તો x ની કીમત શોધો.

3. શંકુના આકારની ટોપીની આધાર ત્રિજ્યા 14 સે.મી અને ઉંચાંઈ 48 સે.મી છે, તો એવી 20 ટોપી બનાવવા માટે જોઈતા કાગળ નું ક્ષેત્રફળ શોધો .

Q.3 (અ) ગમે તે બેના જવાબ આપો

06

1. જો  $\begin{vmatrix} x-2 & 2 & 2 \\ -1 & x & -2 \\ 2 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 0$ , તો x ની કીમત શોધો .

2. જો  $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  તો સાબિત કરો કે  $(A+B)^T = A^T + B^T$

3. જો  $A = \begin{bmatrix} -4 & -3 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ , તો સાબિત કરો કે  $\text{adj}A = A$

(બ) ગમે તે બેના જવાબ આપો

08

1. જો  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ , તો સાબિત કરો કે  $A^2 - 4A + 7I = 0$  અને તે પરથી  $A^{-1}$  શોધો .

2. જો  $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 3 \\ 5 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ , તો સાબિત કરો કે  $A^2 - A = 0$

3. શ્રેણીકની રીતે નીચેના સમીકરણો ઉકેલો.

$$x + y + z = 3, \quad x + 2y + z = 2, \quad 4x - y - z = 7$$

Q.4 (અ) ગમે તે બેના જવાબ આપો

06

1. સાબિત કરો કે :  $2 \sin\left(A + \frac{\pi}{3}\right) = \sin A + \sqrt{3} \cos A$

2. સાબિત કરો કે :  $\frac{\sin(-\theta) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \cdot \sin(\pi + \theta) \cdot \sec\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right)}{\sin(2\pi - \theta) \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) \cdot \operatorname{cosec}(\pi - \theta) \cdot \cot(2\pi - \theta)} = 1$

3. સાબિત કરો કે :  $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{4}$

(બ) ગમે તે બેના જવાબ આપો

08

1.  $y = \sin x$  નો આલેખ દોરો, જ્યાં  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

2. સાબિત કરો કે :  $\frac{\cos 3A + 2 \cos 5A + \cos 7A}{\sin 3A + 2 \sin 5A + \sin 7A} = \cot 5A$

3. સાબિત કરો કે :  $\sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = \frac{1}{16}$

Q.5 (અ) ગમે તે બેના જવાબ આપો

06

1. જો  $\vec{a} = (3, -1, -4)$ ,  $\vec{b} = (-2, 4, -3)$  અને  $\vec{c} = (-1, 2, -1)$

હોય તો સદિશ  $3\vec{a} - 2\vec{b} + 4\vec{c}$  ની ટિક કોસાઇન મેળવો

2. જો  $\vec{a} = 2i - j$ ,  $\vec{b} = i + 3j - 2k$  તો  $|(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})|$  મેળવો.

3. જો સદિશ  $\vec{x} = (1, -2, -3)$  અને  $\vec{y} = (2, p, 4)$  હોય તો  $p$  ની કઈ કીમંત માટે  $\vec{x}$  અને  $\vec{y}$  પરસ્પર લંબ થશે.

(બ) ગમે તે બેના જવાબ આપો

08

1. સાબિત કરો કે સદિશો  $i + 2j$  અને  $i + j + 3k$  વચ્ચેનો ખૂણો  $\sin^{-1} \sqrt{\frac{46}{55}}$  છે.

2. બળો  $(1, 2, 3)$ ,  $(-1, 2, 3)$  અને  $(-1, 2, -3)$  એક કણ ઉપર કાર્ય કરે છે. પરિણામે કણ  $(0, 1, -2)$  થી  $(-1, 3, 2)$  સુધી સ્થાનાંતર થાય છે. તો બળો થી થયેલ કાર્ય શોધો.

3. જો  $\vec{x} = 3i - j + 2k$  અને  $\vec{y} = 2i + j - k$ , ને લંબ એકમ સદિશ મેળવો.

\*\*\*\*\*